Université Robert Schuman
IPAG
Année 2006/2007

Prépa Economistes et Mathématiciens
Probabilités
Guillaume Horny

Probabilités, TD 1

Exercice 1 : Montrer que $\sum_{k=a}^{b} C_n^k C_m^{p-k} = C_{n+m}^p$, où $a = \max(0, p-m)$ et $b = \min(n, p)$. Déduisez $\sum_{k=0}^{n} (C_n^k)^2$.

Exercice 2 : Un parlement est constitué de 470 parlementaires. On procède à l'élection d'une commission de 5 membres. Chaque parlementaire vote pour 5 candidats, et on suppose qu'il n'y a ni vote nul, ni abstention. On considère les 3 candidats A,B et C.

282 parlementaires ont voté pour A, 117 pour A et B, 105 pour A et C, 79 pour A et B et C, 117 pour B et C mais pas pour A, 27 pour C mais pas pour A ni pour B, 133 pour B mais pas pour A.

1. Combien de parlementaires ont voté pour B ?
2. Combien de parlementaires ont voté pour C ?
3. Combien de parlementaires ont voté ni pour A, ni pour B, ni pour C ?

Exercice 3 : On appelle main tout ensemble de 13 cartes prises dans un jeu de 52 cartes.

1. Combien y a-t'il de mains différentes ?
2. Combien y a-t'il de mains différentes contenant :
   (a) au moins 1 pique ?
   (b) au plus 1 pique ?
   (c) exactement 1 as et au plus 2 piques ?

Exercice 4 : Un facteur arrive dans le hall d'un immeuble. Il doit distribuer 7 prospectus dans 10 boites aux lettres nominatives. De combien de façon peut-il le faire dans chacun des cas suivants :

1. Chaque boite aux lettres peut contenir au plus un prospectus et :
   (a) les prospectus sont distincts
   (b) les prospectus sont identiques
2. Chaque boite aux lettres peut contenir un nombre quelconque de prospectus et :

(a) les prospectus sont distincts

(b) les prospectus sont identiques.

Exercice 5 : Nombre d'applications surjectives de $\{1,2,3,4,5\}$ dans $\{1,2,3,4\}$.
Indication : ϕ est une sujection de $\{1,2,3,4,5\}$ dans $\{1,2,3,4\}$ si et seulement si :
- *2 éléments i et j distincts de $\{1,2,3,4,5\}$ ont la même image $a \in \{1,2,3,4\}$*
- *les autres éléments ont des images deux à deux distinctes et distinctes de a.*

Exercice 6 : Soit E un ensemble de cardinal n.

1. combien y a-t'il de couples (A,B) de parties de E tels que :
   (a) $A \cap B = \varnothing$?
   (b) $A \cup B = E$?
2. combien y a a-t'il de triplets (A,B,C) de parties de E tels que $A \cup B \cup C = E$?

Indications :
- $A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow B \subset \bar{A}$ *et* $A \cup B = E \Leftrightarrow \bar{A} \subset B$
- $A \cup B \cup C = E \Leftrightarrow \bar{A} \subset B \cup C$.