

Probabilités, TD 5

Exercice 1 :

On lance 3 dés tétraédriques équilibrés dont les faces sont numérotés 1,2,3 et 4. Les dés sont de couleur rouge, bleu et vert. On note γ le résultat du dé vert, β celui du dé rouge, α celui du dé bleu et on appelle E l'équation :

$$\gamma a^2 + \beta a + \alpha - 1 = 0 \quad (1)$$

Quelle est la probabilité que l'on obtienne :

1. 2 racines négatives distinctes ?
2. 2 racines positives distinctes ?
3. 2 racines non réelles de module supérieur ou égal à 1 ?

Exercice 2 :

Une boîte A contient 2 jetons portant le numéro 0, et une boîte B 2 jetons portant le numéro 1. On tire au hasard un jeton dans chaque boîte et on les échange. On recommence n fois cette opération. Soit X_n la variable aléatoire égale à la somme des numéros des jetons de la boîte A à l'issue du n -ème échange ($X_0 = 0$). Déterminer la loi de X_n et de $E(X_n)$.

Exercice 3 :

Soient X et Y deux variables aléatoires réelles indépendantes vérifiant :

$$P(X = n) = P(Y = n) = \frac{1}{4} \left(\frac{1 + a^n}{n!} \right), \quad (2)$$

pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. déterminer a
2. calculer $E(X)$ et $V(X)$.
3. étudier la loi de $S = X + Y$.

Exercice 4 :

On a n boîtes numérotées de 1 à n . La boîte k contient k boules numérotées de 1 à k . On choisit au hasard une boîte puis une boule dans cette boîte. Soit X le numéro de la boîte et Y le numéro de la boule.

1. loi du couple (X, Y) ?
2. calculer $p(X = Y)$
3. loi de Y ? $E(Y)$?