

## Probabilités, TD 8

### Exercice 1 :

1. Soit  $X$  une V.A.R suivant la loi  $\mathcal{N}(0,1)$ . Déterminer  $t > 0$  tel que  $P(-t < X < t) = 0.95$ .
2. Soit  $X$  une V.A.R suivant la loi  $\mathcal{N}(8,4)$ . Calculer  $P(X < 7.5)$ ,  $P(X > 8.5)$ ,  $P(6.5 < X < 10)$ ,  $P[(X > 6)/(X > 5)]$ .
3. Soit  $X$  une V.A.R gaussienne, déterminer l'espérance et la variance de  $X$ , sachant que  $P(X < -1) = 0.05$  et  $P(X > 3) = 0.12$ . Déterminer de plus  $P(X > 0)$ .

### Exercice 2 :

1. Déterminer  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  tel que la fonction  $f$  définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 0 & \text{pour } x \in ]-\infty, -4] \\ f(x) = \frac{a(x+4)}{b+|x|} & \text{pour } x \in ]-4, \infty[ \end{cases}$$

soit une fonction de répartition

2. Discuter l'existence des moments d'ordre 1 et 2 d'une V.A.R  $X$  admettant  $f$  pour fonction de répartition.

### Exercice 3 :

$$\text{Soit } f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{A}{1+x^2} (A \in \mathbb{R}). \end{cases}$$

1. Déterminer la valeur de  $A$  pour que  $f$  soit la densité de probabilité d'une variable aléatoire  $X$ .
2. Soit  $Y = \exp(X)$ . Déterminer la densité de  $Y$ .

**Exercice 4 :**

Soit  $X$  une V.A.R exponentielle de paramètre  $\lambda$  ( $\lambda > 0$ ). Soit  $Y = [X]$  la partie entière de  $X$ .

1. Déterminer la loi de  $Y$ , et  $E(Y)$ .
2. Quelle est la loi de  $X - Y$  ?

**Exercice 5 :**

Une personne doit se rendre à un rendez-vous à 17h30. Elle appelle un taxi qui arrive à son domicile entre 16h et 17h, à un instant  $16 + t$ , où  $t$  suit une loi uniforme sur  $[0,1]$ . Etant donnée la circulation, la durée de la course est :

$$d = \begin{cases} \frac{t+1}{2} & \text{si } t \leq \frac{1}{2} \\ \frac{3t}{2} & \text{si } t > \frac{1}{2} \end{cases}$$

1. Déterminer la fonction de répartition de l'heure d'arrivée au rendez-vous.
2. Déterminer l'espérance mathématique de l'heure d'arrivée.
3. Sachant que la personne est arrivée à l'heure à son rendez-vous, quelle est la probabilité que son taxi soit arrivé chez elle avant 16h30 ?